

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ ПИСЬМОВОГО ЕКЗАМЕНУ № 1
Відповіді наводьте з правильною кількістю значущих цифр!

Функція нормального розподілу $P(u) = \frac{1}{\sigma(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty}^u \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx$	Функція біноміального розподілу $p(X=i) = \frac{n!}{i!(n-i)!} p^i (1-p)^{(n-i)}$	Перевірка гіпотез про функцію розподілу $\chi_{\text{exp}}^2 = \sum_{i=1}^K \frac{(v_i - v_i^{\text{теор}})^2}{v_i}$	Перевірка гіпотез про адекватність регресійної моделі $\chi_{\text{експ}}^2 = \sum_{i=1}^N \xi_i^2$
--	---	---	--

1. 14 балів У паралельних вимірюваннях знаходили масу монети.

№	маса, г	№	маса, г	№	маса, г
1	3.025	5	3.028	8	3.029
2	3.024	6	3.111	9	3.021
3	3.028	7	3.022	10	3.022
4	3.027				

- 1.1. Знайдіть середнє значення, медіану, стандартне відхилення, відносне стандартне відхилення та стандартне відхилення середнього значення. **5 балів**
- 1.2. Приймаючи, що результати вимірювання маси розподілені за законом Гауса, а середнє значення та вибіркова дисперсія є добрими наближеннями до параметрів генеральної сукупності – математичного сподівання μ та дисперсії σ^2 , розрахуйте частки результатів вимірювань, що дають значення маси в інтервалах а) 3.022-3.025, б) >3.106 . **5 балів**
- 1.3. З урахуванням відповіді на питання 1.2.б поясніть, яку з величин (середнє значення чи медіану) доцільно використовувати як оцінку математичного сподівання μ ? **4 бали**

2. **Перенос похибок (9 балів)**. Молярну масу ідеального газу (M) можна визначити за рівнянням Клапейрона-Менделєєва:

$$M = \frac{mRT}{PV}$$

, де m – маса, г; R – універсальна газова стала 0.082056 л·атм/(моль·К), P – тиск, атм, V – об'єм, л. У досліді

одержали такі дані: m = 0.118 г ($s_m = 0.001$ г); T = 298.2 К ($s_T = 0.05$ К); P = 0.724 атм ($s_P = 0.005$ атм); V = 0.250 л ($s_V = 0.005$ л); всі вимірні величини є незалежними.

- 2.1. Розрахуйте молярну масу газу, її стандартне відхилення та відносне стандартне відхилення. **6 балів**
- 2.2. Яка з вимірних величин дає найбільший внесок у похибку (стандартне відхилення) молярної маси газу? Відповідь обґрунтуйте. **3 бали**

3. 10 балів При вимірюванні масової частки нітрогену в добриві одержали такі результати:

Масова частка, %	Кількість дослідів	Масова частка, %	Кількість дослідів
менше 12.00	1	12.07-12.08	4
12.00-12.02	3	12.08-12.09	3
12.02- 12.03	3	12.09-12.10	4
12.03- 12.04	5	12.10-12.11	2
12.04- 12.05	5	12.11-12.12	2
12.05-12.06	6	12.12-12.13	1

- 3.1. Побудуйте гістограму частот результатів аналізів. **3 бали**
- 3.2. За критерієм χ^2 перевірте гіпотезу про узгодження експериментальних даних з нормальним розподілом. **7 балів**

4. **10 балів** В цьому завданні ви повинні оцінити адекватність регресійної моделі за локальними та глобальним критерієм адекватності. В кінетичних дослідженнях за залежністю швидкості реакції (V, моль·л⁻¹·с⁻¹) від концентрації реагентів методом найменших квадратів знайшли кінетичне рівняння. В таблиці наведено швидкості реакції, виміряні та розраховані за знайденим регресійним рівнянням (містить два підгоночні параметри). Відносне стандартне відхилення вимірних швидкостей реакції становить 2.0%.

№ досліду	V _{експеримент}	V _{розрахунок}	№ досліду	V _{експеримент}	V _{розрахунок}
1	3.03	2.98	5	4.84	4.70
2	4.04	4.11	6	5.12	5.14
3	4.56	4.60	7	5.36	5.39
4	4.73	4.69	8	5.43	5.37

- 4.1. Розрахуйте статистичні ваги w_k та локальні критерії адекватності – зважені залишки $\xi_k = w_k^{1/2} \cdot (V_{\text{розрахунок}} - V_{\text{експеримент}})$. **4 бали**
- 4.2. Побудуйте графік залежності ξ_k від $V_{\text{розрахунок}}$ та зробіть висновок щодо адекватності регресійної моделі. **3 бали**
- 4.3. Перевірте гіпотезу про адекватність регресійної моделі на основі порівняння $\chi_{\text{експ}}^2$ з відповідним критичним значенням (для довірчої ймовірності 5%). **3 бали**

5. **7 балів** Карбон має два стабільні нукліди, ¹²C та ¹³C. Мольні частки цих нуклідів становлять, відповідно, 98.89% і 1.11%.

- 5.1. Визначте середнє значення та стандартне відхилення кількості атомів ¹³C в молекулі холестерину C₂₇H₄₄O. **2 бали**
- 5.2. Якою є ймовірність зустріти в зразку холестерину молекулу, що не містить жодного атома ¹³C? **5 балів**